

	TOPOGRAFIA II	
	Aula teórica 04: Nivelamento trigonométrico	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

Conteúdo em vídeo

Parte 1- <https://www.youtube.com/watch?v=c6qQ3yet7Uo&feature=youtu.be>

Parte 2- <https://youtu.be/kNxDLHDFK7Q>

Definição

Segundo a NBR 13133 define-se nivelamento trigonométrico:

“Nivelamento que realiza a medição da diferença de nível entre pontos do terreno, indiretamente, a partir da determinação do ângulo vertical da direção que os une e da distância entre estes, fundamentando-se na relação trigonométrica entre o ângulo e a distância medidos, levando em consideração a altura do centro do limbo vertical do teodolito ao terreno e a altura sobre o terreno do sinal visado.”

Comparando com o nivelamento geométrico, o nivelamento trigonométrico proporciona maior agilidade nos levantamentos, principalmente em terrenos mais acidentados, embora seja menos preciso.

Formulação matemática

Na prática o topógrafo necessita de medir distâncias, ângulos, altura do instrumento, altura do prisma (ou fio médio no caso de se trabalhar com teodolito).

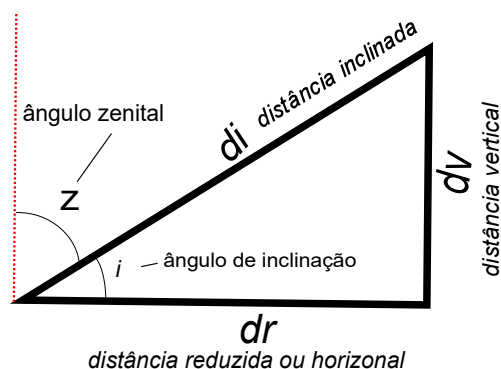


Figura 01 – Relações trigonométricas no nivelamento trigonométrico

Na Figura 01 podemos observar que dv pode ser obtido por:

$$tg(i) = \frac{dv}{dr} \rightarrow dv = dr * tg(i) \quad (1)$$

$$sen(i) = \frac{dv}{di} \rightarrow dv = di * sen(i) \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}(z) = \frac{dr}{dv} \rightarrow dv = \frac{dr}{\operatorname{tg}(z)} \rightarrow dv = dr * \cotg(z) \quad (3)$$

$$\cos(z) = \frac{dv}{di} \rightarrow dv = di * \cos(z) \quad (4)$$

As equações acima mostram a relação entre as distâncias medidas: vertical (dv), horizontal (dr), inclinada (di) e os ângulos zenital (z) e de inclinação (α), ou seja, no nivelamento trigonométrico trabalha-se com as relações trigonométricas simples do triângulo retângulo.

Na prática o nivelamento trigonométrico procede-se conforme Figura 02.

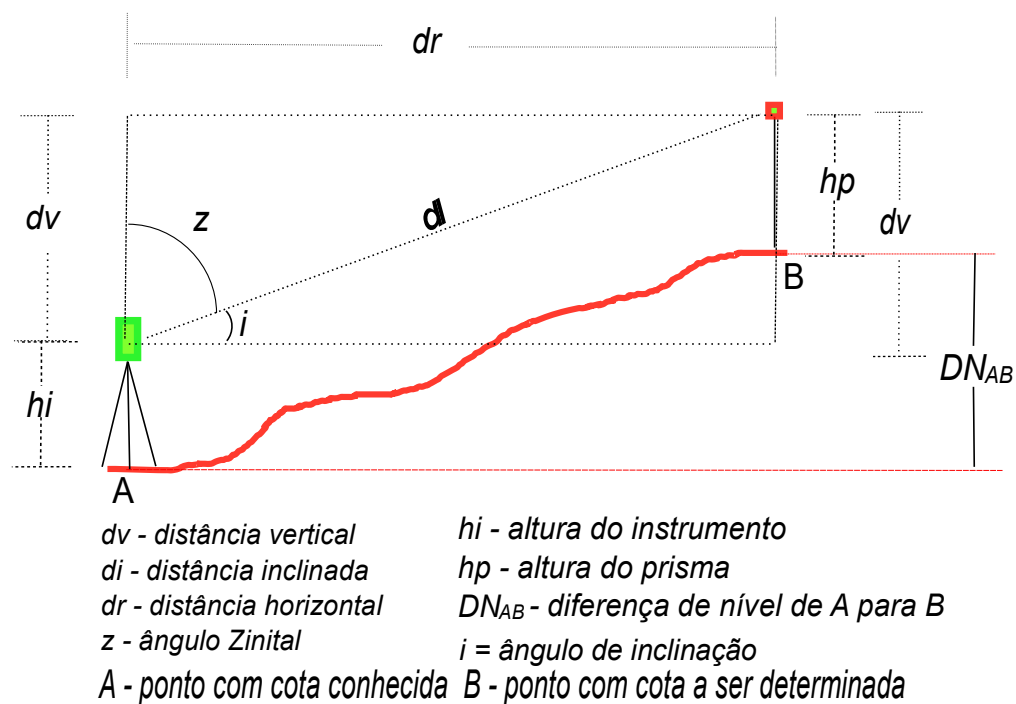


Figura 02 – Nivelamento Trigonométrico

Matematicamente:

$$DN_{AB} + hp = hi + dv \rightarrow DN_{AB} = dv + hi - hp \quad (5)$$

Assim, para se obter a diferença de nível entre dois pontos com nivelamento trigonométrico basta substituir dv pelas equações (1), (2), (3) e (4) na equação (5).

No caso de nivelamentos de lances longos há a necessidade de se corrigir a curvatura da Terra e refração, assunto que será discutido posteriormente.

$$DN_{AB} = dv + hi - hp + C \quad (6)$$

onde C é a correção da curvatura da Terra e refração.

Caso o ponto A tenha uma cota e se deseja determinar a cota do ponto B (C_B), basta somar na cota de A (C_A) a diferença de nível de A para B.

$$C_B = C_A + DN_{AB} \quad (7)$$

Tabela de nivelamento trigonométrico.

A Figura 03 que segue exemplifica o modelo de uma caderneta de nivelamento trigonométrico realizado com estação total.

Caderneta de Campo – Nivelamento Trigonométrico – Estação Total										SIGLAS
Local					Instrumento					DV – Distância Vertical
Operador					Data					DN- Diferença de Nível
Empresa					Folha					DI -Distância Inclínada
Para distância Horizontal – $DN = DH.\cotag(z) + AI - AP$										DH -Distância Horizontal
Para distância inclinada – $DN = DI.\cos(z) + AI - AP$										AP – Altura do Prisma
Lances longos considerar erro $e = (0,421 \cdot D^2)/R$, sendo $R= 6371$ KM										AI- Altura Instrumento
Estação	Estacas	Ângulo Zenital	DI	DH	AP	AI	DV	DN	COTA	Observações

Figura 03- Caderneta de nivelamento trigonométrico

Exercícios

Exercício em sala de aula

1) Um topógrafo realizou um nivelamento trigonométrico de acordo com a Figura 04. Assim, com os dados apresentados na figura preencha a caderneta de determine as cotas.

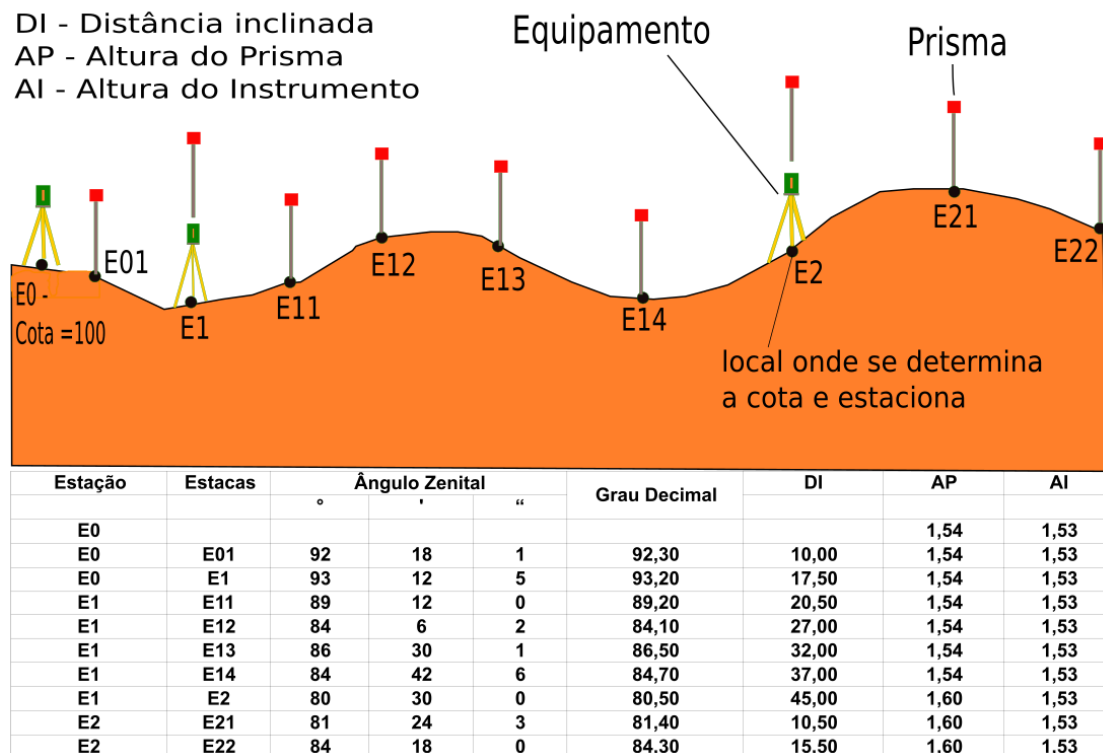
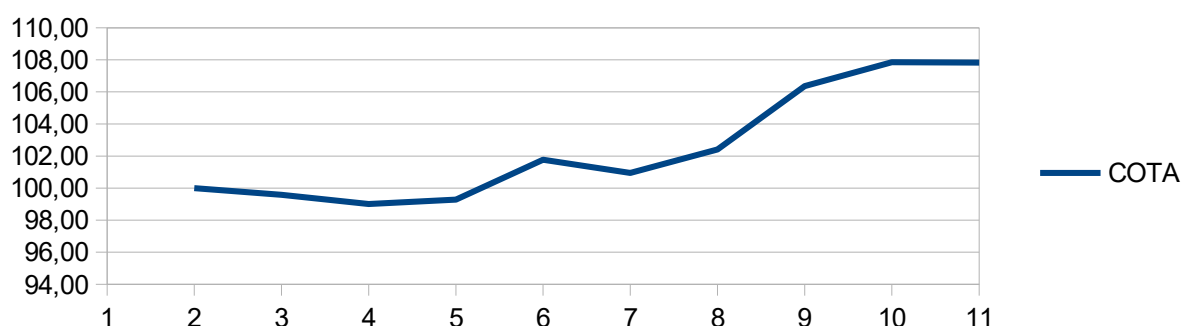


Figura 04 – Dados nivelamento trigonométrico

Resposta

Caderneta de Campo – Nivelamento Trigonométrico – Estação Total											
Estação	Estacas	Ângulo Zenital			Grau Decimal	DI	AP	AI	DV	DN	COTA
		°	'	“							
E0							1,54	1,53			100,00
E0	E01	92	18	1	92,30	10,00	1,54	1,53	-0,40	-0,42	99,58
E0	E1	93	12	5	93,20	17,50	1,54	1,53	-0,98	-0,99	99,01
E1	E11	89	12	0	89,20	20,50	1,54	1,53	0,29	0,27	99,28
E1	E12	84	6	2	84,10	27,00	1,54	1,53	2,78	2,76	101,77
E1	E13	86	30	1	86,50	32,00	1,54	1,53	1,95	1,94	100,95
E1	E14	84	42	6	84,70	37,00	1,54	1,53	3,42	3,40	102,41
E1	E2	80	30	0	80,50	45,00	1,60	1,53	7,43	7,35	106,36
E2	E21	81	24	3	81,40	10,50	1,60	1,53	1,57	1,49	107,85
F2	F22	84	18	0	84,30	15,50	1,60	1,53	1,54	1,46	107,82



2) Em alguns casos pode-se utilizar clinômetros em nivelamentos trigonométricos, que são equipamentos que medem inclinação em relação a um plano horizontal. A Figura 05 mostra um modelo de clinômetro.



Figura 05 – Modelo de Clinômetro.

(Fonte: VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L, 2014)

De acordo com COMASTRI & TULER, 1999 os dados de nivelamento com clinômetro podem ser anotados em forma de fração ordinária precedida do sinal (+) ou (-), de acordo com o ponto de visada, sendo o numerador o ângulo e no denominador a distância. Este tipo de nivelamento pode não ser preciso, sendo aplicado apenas em algumas situações.

A Figura 06 ilustra um levantamento realizado com clinômetro, cujas cotas dos pontos B, C e D serão determinadas neste exercício.

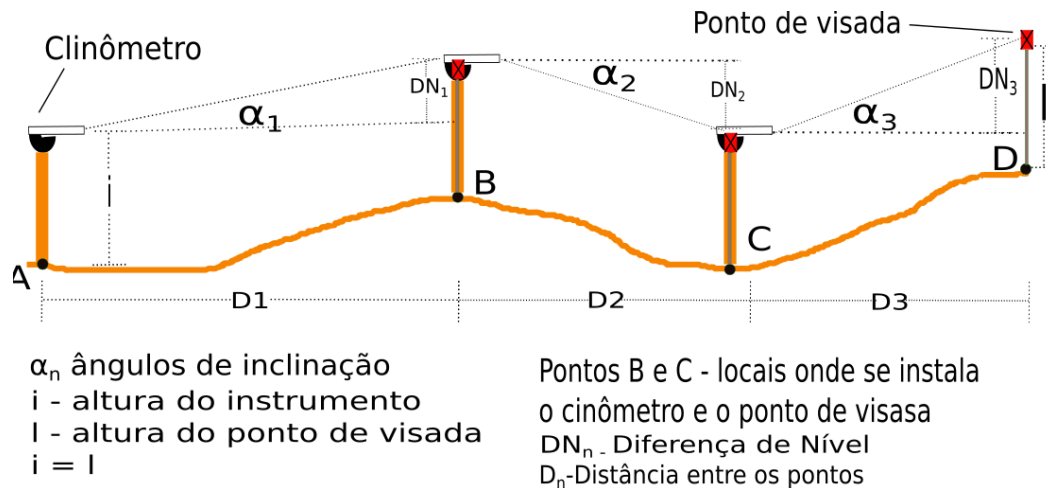


Figura 06 – Nivelamento trigonométrico por clinômetro.

A partir dos conceitos apresentados, determinar as cotas com os dados que seguem (COMASTRI & TULER, 1999).

Estacas	Estacas
Leituras	
α/D	
AB(15°/35m)	A
BC(-10°/15 m)	B
CD(11°/20m)	C
	D

O Ponto A possui cota de 10 metros e a altura do equipamento e do ponto de visada equivalem a 1 metro.

Solução

Matematicamente as cotas dos pontos B, C e D são determinadas por:

$$C_n = C_{(n-1)} + i - l + DN_{(n \rightarrow n+1)} \quad (8)$$

$$DN_{(n \rightarrow n+1)} = D_n * \tan(\alpha) \quad (9)$$

$$n = A, B, C, D \dots$$

onde, C_n é a cota do ponto desejado, C_{n-1} é a cota do ponto anterior, i é a altura do instrumento, l é a altura do ponto de visada, $DN_{n \rightarrow n+1}$ é a diferença de nível entre dois pontos e $D_{n \rightarrow n+1}$ é a distância entre os pontos.

Resposta

Estacas	Estacas	Diferença de Nível		Cotas	Diferença de nível	i (m)	l (m)
Leituras		(+)	(-)				
α/D							
AB(15°/35m)	A	9,38		10,00	—	1	1
BC(-10°/15 m)	B		-2,64	19,38	-9,38	1	1
CD(11°/20m)	C	3,89		16,73	6,73	1	1
	D			20,62	-10,62		

3) Um topógrafo precisou de determinar a cota de um ponto para uma estação de tratamento de esgoto em relação ao *Datum* Altimétrico Brasileiro. Assim buscou-se a RN mais próxima do local, onde foi localizada a RN do IBGE 2049M, localizada no município de Pontal do Paraná-PR. A distância entre o ponto de interesse e a RN é de 80 metros e para chegar a este ponto foi realizado um nivelamento trigonométrico com estação total com dois lances, conforme dados abaixo:

Assim temos:

- A RN 2049M - cuja altitude deve ser obtida no banco de dados do IBGE;
- Ponto B - ponto intermediário para se chegar ao ponto de interesse;
- Ponto C – ponto de interesse.

Dados:

	RN para o ponto B	Do ponto B para o ponto C
Altura do instrumento (i)	1, 50 m	1, 50 m
Distância reduzida (Dh)	50.03 m	30.07 m
Ângulo de inclinação (α)	15°00'05"	-10°01'12"
Altura do prisma (l)	1,50 m	1,50 m

Solução

O primeiro passo é encontrar a altitude do da RN 2049M no banco de dados do IBGE: <http://www.bdg.ibge.gov.br/bdg/pdf/relatorio.asp?L1=2049M> neste link podemos encontrar o relatório da RN e sua cota de 4,8328 m (altitude normal)

Cálculos

Cota do ponto B.

$$C_B = C_{RN\ 2049\ M} + i - l + Dh * tg(\alpha_{RN}) \quad \text{como } i = 1, \text{ temos}$$

$$C_B = C_{RN\ 2049\ M} + Dh * tg(\alpha_{RN})$$

$$C_B = 4,8328 + 50.03 * tg(15^\circ 00' 05'')$$

$$C_B = 4.8328 + 13.4067 = 18.2395\ m$$

Cota do ponto C.

$$C_C = C_B + i - l + Dh * tg(\alpha_B) \quad \text{como } i = l, \text{ temos}$$

$$C_C = C_B + Dh * tg(\alpha_B)$$

$$C_C = 18.2395 + 30.07 * tg(-10^\circ 01' 12'')$$

$$C_C = 18.2395 + (-5.31) = 12.9266 \text{ m}$$

Assim a cota do ponto de interesse em relação ao *Datum* Altimétrico Brasileiro é de 12.9266 m. Devemos ressaltar que não houve correções no transporte da altitude normal.

4 – BIBLIOGRAFIA

Associação Brasileira de Normas Técnicas. Execução de levantamento topográfico, NBR 13133 Rio de Janeiro, 1994.

COMASTRI, J.A. & TULER, J.C.; Topografia: altimetria, 3. ed. Viçosa; Impr. Univ. UFV, 1999. 200 p.

MCCORMAC, J. TOPOGRAFIA. 5ª. EDIÇÃO. EDITORA LTC. RIO DE JANEIRO, 2010.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura. Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia – Material de Apoio para a disciplina de Topografia II do Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura da UFPR: altimetria, locação e levantamento planialtimétrico. Universidade Federal do Paraná. UFPR, 2014